

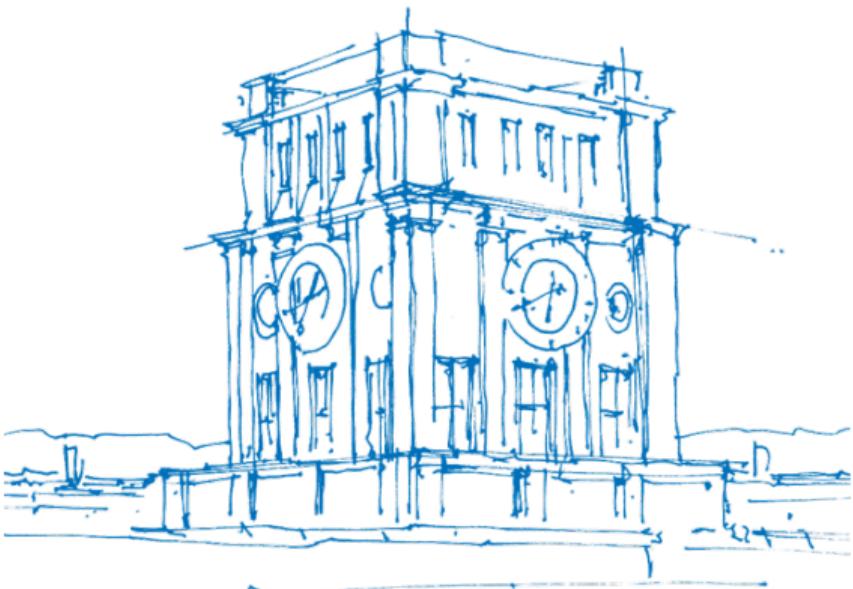
# Grundlagen: Betriebssysteme und Systemsoftware

## Tutorübung

**Mario Delic**

Lehrstuhl für Connected Mobility  
School of Computation, Information and Technology  
Technische Universität München

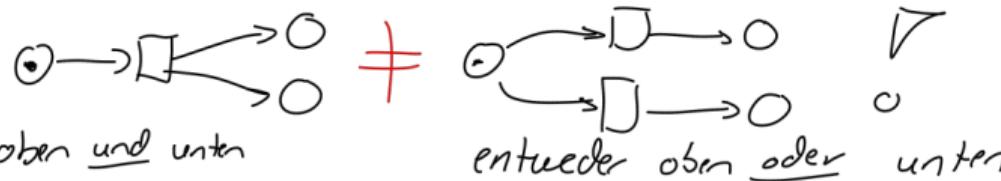
Übungswoche 6



TUM Uhrenturm

# Petrinetze

## Formalitäten



Petrinetz **P = (S, T, F)** ist ein Tripel aus Mengen von Stellen S, Transitionen T und Kanten F.

**Stellen:** Modellieren passive Einheiten (Speicherzellen o.ä.). Dargestellt durch Kreise.

**Transitionen:** Modellieren aktive Einheiten (Prozesse o.ä.). Dargestellt durch Rechtecke.

**Kanten:**  $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S) \rightarrow$  Kanten sind gerichtet und führen entweder von einer Stelle S zu einer Transition T, oder von einer T zu einer S.  $\rightarrow (S \times S), (T \times T) \notin F$

**Kapazität:**  $c : S \rightarrow \mathbb{N}_0 \cup \{\infty\}$ .  $c(s) =$  Maximale Anzahl an Tokens, die Stelle s aufnehmen kann.

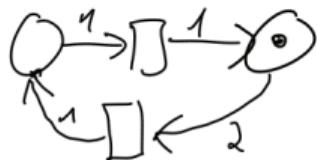
**Belegung:**  $M : S \rightarrow \mathbb{N}_0 \cup \{\infty\}$ .  $M(s) =$  Anzahl der Tokens in Stelle s.

**Kantengewicht:**  $w : F \rightarrow \mathbb{N}_0$ .  $w(s,t) =$  Anzahl der Tokens, die die Kante bzw. Transition t aus der Stelle s erwartet.  $w(t,s) =$  Anzahl der Tokens, die die Transition t in Stelle s reinschreibt.

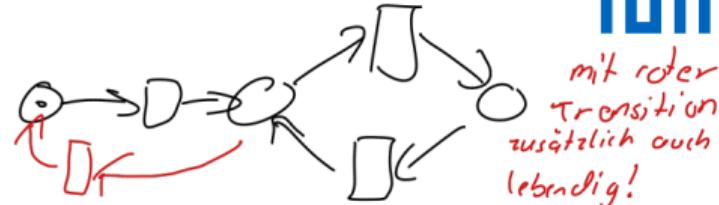
# Petrinetze

## Eigenschaften

verklemmt:



verklemmungsfrei:



TUM

mit roter  
Transition  
zusätzlich auch  
lebendig!

### Verklemmt ( $\leftrightarrow$ Verklemmungsfrei)

Ein Petrinetz ist verklemmt, wenn ab einem Zeitpunkt/Belegung alle Transitionen nicht mehr schalten können.

$\hookrightarrow \exists M \forall t \in T : t \text{ kann nie wieder Schalten}$  ( $\leftrightarrow \forall M \exists t \in T : t \text{ kann Schalten}$ )

### nicht Lebendig ( $\leftrightarrow$ Lebendig)

Ein Petrinetz ist nicht lebendig, wenn ab einem Zeitpunkt/Belegung irgendeine Transition nie wieder schalten können wird.

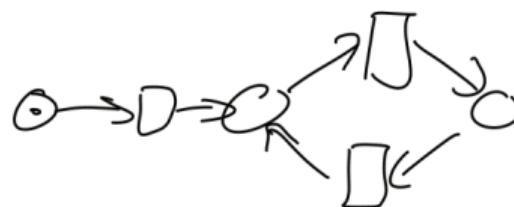
$\hookrightarrow \exists M \exists t \in T : t \text{ kann nie wieder Schalten}$  ( $\leftrightarrow \forall M \forall t \in T : t \text{ kann in Zukunft wieder Schalten}$ )

**Verklemmt  $\implies$  nicht Lebendig und Lebendig  $\implies$  Verklemmungsfrei**

## Fair ( $\leftrightarrow$ Unfair)

Ein Petrinetz ist fair, wenn keine Transition verhungern kann.

(Erinnerung Verhungern: Ausführung zwar möglich, könnte aber unendlich lange hinausgezögert/vermieden werden → Transition  $t_x$  ist schaltbereit, aber es schaltet immer nur  $t_y \hookrightarrow t_x$  kann verhungern.)



- Verklemmungsfrei
  - Lebendig
  - Unfair

- verklemmungsfrei
  - nicht lebendig
  - fair

- Eine Transition kann nur schalten, wenn alle ihre Vor- und Nachbedingungen erfüllbar sind!  
→ Die Stellen aller eingehenden Kanten haben genügend Tokens && die Stellen aller ausgehenden Kanten haben genug freien Platz.
- Es schaltet immer nur eine Transition zu einer Zeit → Mehrere Transitionen schalten nie gleichzeitig.
- Sonderfall Bool'sches Netz: Alle Kapazitäten und Kantengewichte = 1!
- Synchronisation in Petrinetzen:  
Kapazitäten und Belegungen reichen i.d.R. nicht aus um ein bestehendes Netz effektiv zu Synchronisieren.  
Stattdessen: 'Deklarieren' einer extra Mutex/Semaphor-Stelle + Verbinden mit allen Transitionen die in den kritischen Bereich rein/raus führen. Anschließendes Synchronisieren durch Anpassung der Kapazität/Belegung und der Kantenrichtungen.

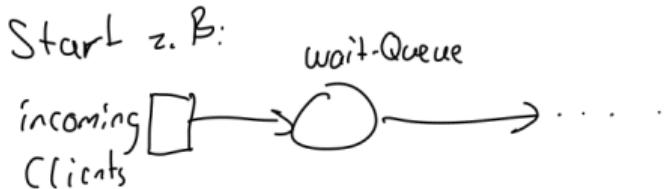
## Aufgabe 2

Objekte

Modelliert Zustände/Orte als **Stelle (Kreis)** und Aktionen/Tätigkeiten als **Transition (Rechteck)**.

**Können** Zustand haben/Objekt sein

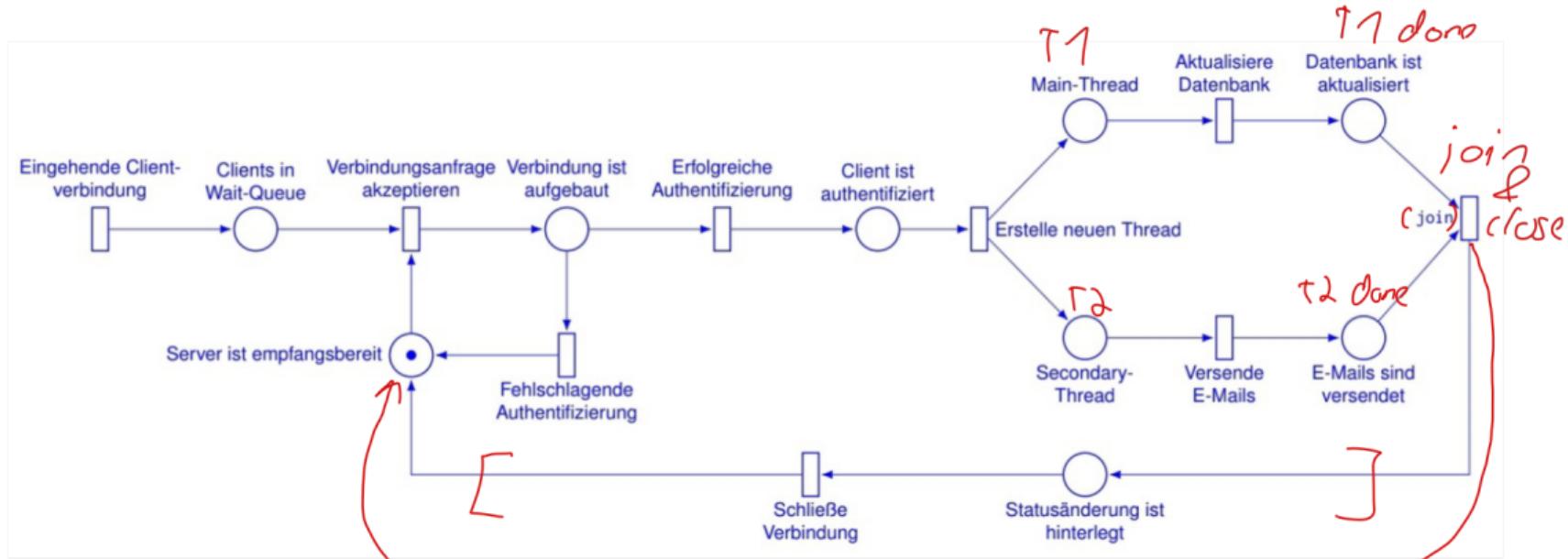
- Warteschlange
- Client
- Server
- Threads (Main/Second)
- Datenbank
- Emails
- Verbindungszustand



**Mögliche** Aktionen:

- Verbindungsanfrage
- Verbindungsakzeptierung
- Client-Authentifizierung
- Client-Ablehnung
- Thread-Erstellung
- Emails senden
- Datenbank updaten
- Thread-join
- Verbindung schließen

# Aufgabe 2



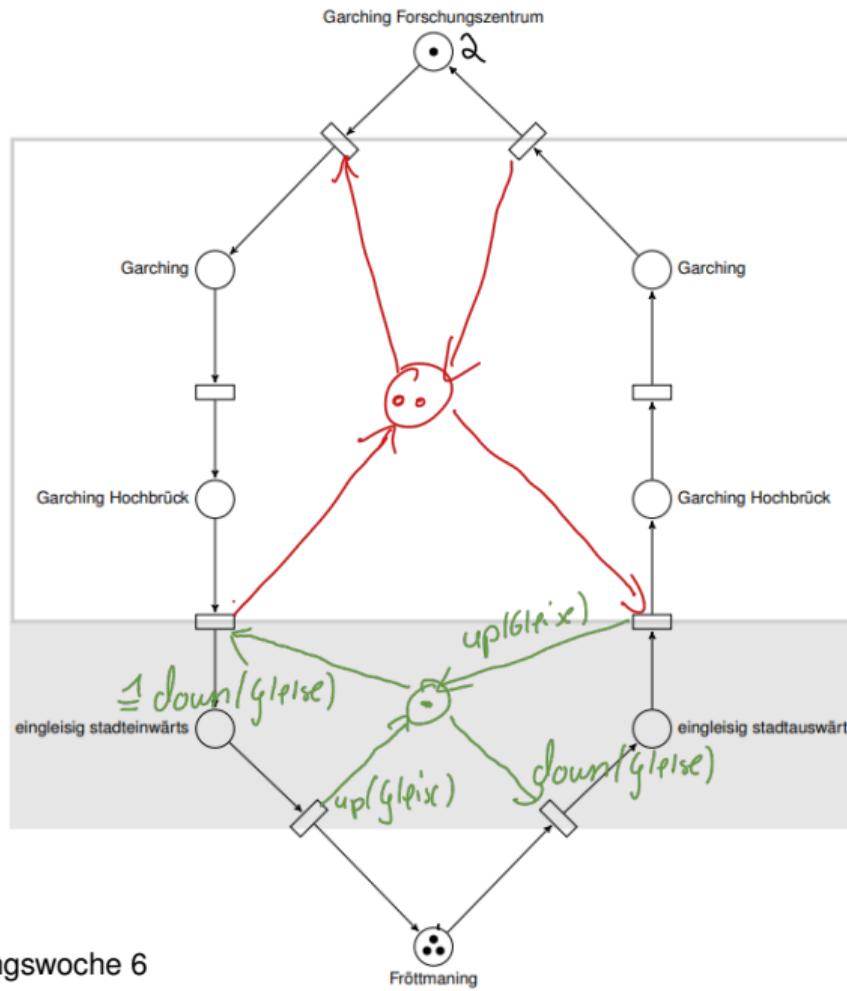
# Petrinetze

## Synchronisation

Kapazitäten und Belegungen reichen i.d.R. nicht aus um ein bestehendes Netz effektiv zu Synchronisieren. Stattdessen:

1. 'Deklarieren' einer extra Mutex/Semaphor-Stelle
2. Verbinden mit allen Transitionen die in den kritischen Bereich rein/raus führen.
3. Anschließendes Synchronisieren durch Anpassung der Kapazität/Belegung und der Kantenrichtungen.

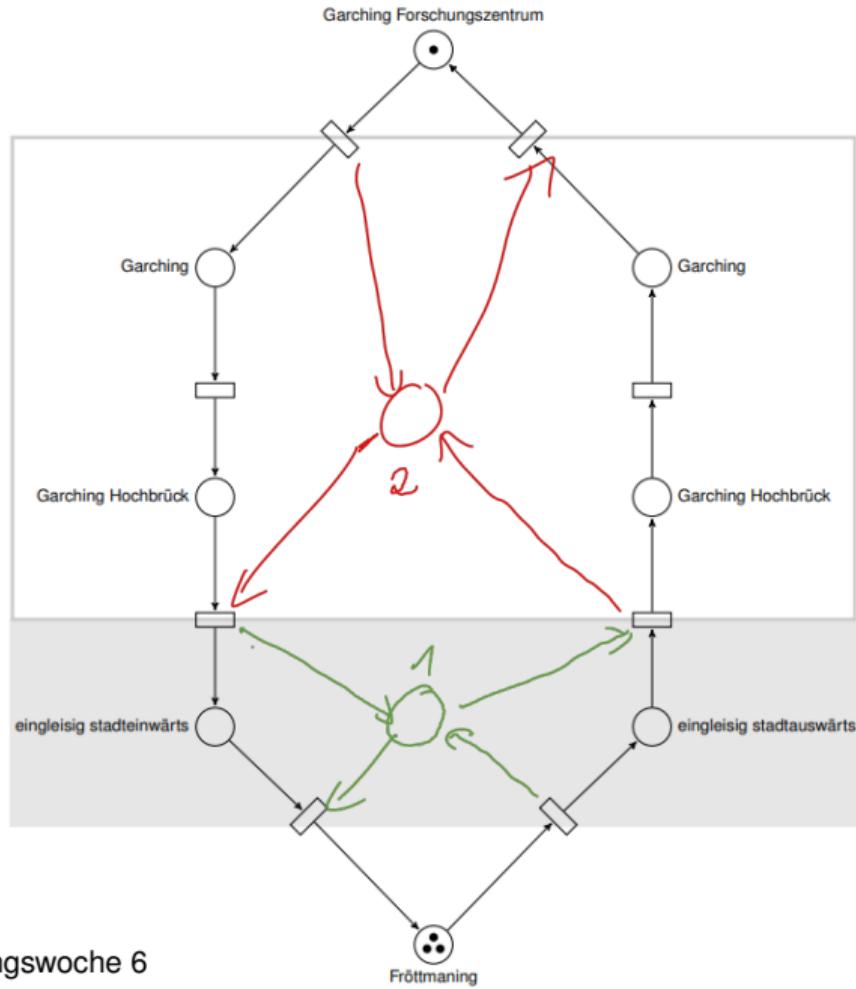
# Aufgabe 3



3b)  
mGr. 2

3a)  
mGr. 1

3c)



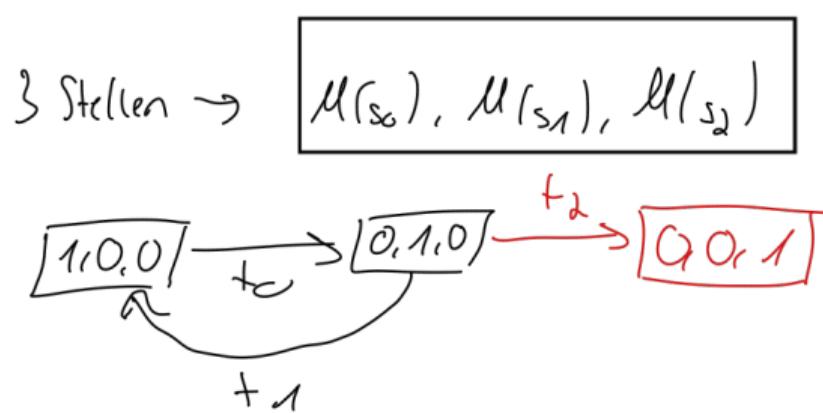
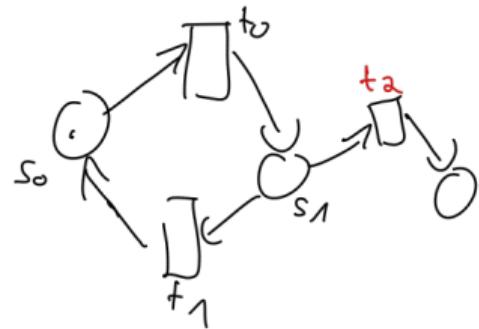
# Erreichbarkeitsgraph

Erreichbarkeitsgraphen sind **Zustandsautomaten**, d.h. jeder Knoten modelliert einen **Belegungszustand** des Petrinetzes.

- Zustände: Tupel  $(M(s_0), \dots, M(s_n))$  für alle  $n$  Stellen des Petrinetzes.
- Übergangsfunktion: Kanten  $t_0, t_1, t_2 \dots$  welche schaltende Transitionen darstellen.  
→ ÜF ist partiell, d.h. eine Kante  $t_x$  aus einem Zustand existiert nur, wenn die Transition  $t_x$  aus der Belegung des Zustands heraus schalten kann.
- Ein Blatt bzw. ein Zustand aus dem keine Kante herausführt bezeichnet man auch als Fangzustand (eng.: trap state). In diesem Zustand **verklemmt** das Petrinetz.

# Erreichbarkeitsgraph

## Beispiele



Kapazitäten und Belegungen reichen i.d.R. nicht aus um ein bestehendes Netz effektiv zu Synchronisieren. Stattdessen:

1. 'Deklarieren' einer extra Mutex/Semaphor-Stelle
2. Verbinden mit allen Transitionen die in den kritischen Bereich rein/raus führen.
3. Anschließendes Synchronisieren durch Anpassung der Kapazität/Belegung und der Kantenrichtungen.

Deadlock - was tun?:

1. Betrachte den Erreichbarkeitsgraphen und die Fangzustände.
2. Führe neue Transition(en) ein, die aus dem Fangzustand in einen existierenden Zustand führen.
3. Setze diese Transition(en) im Petrinetz um (ggf. mit einer neuen Hilfsstelle).

## Aufgabe 4

a) Geben Sie den Erreichbarkeitsgraphen (zu folgendem boolschen Netz) an.

4 Stellen

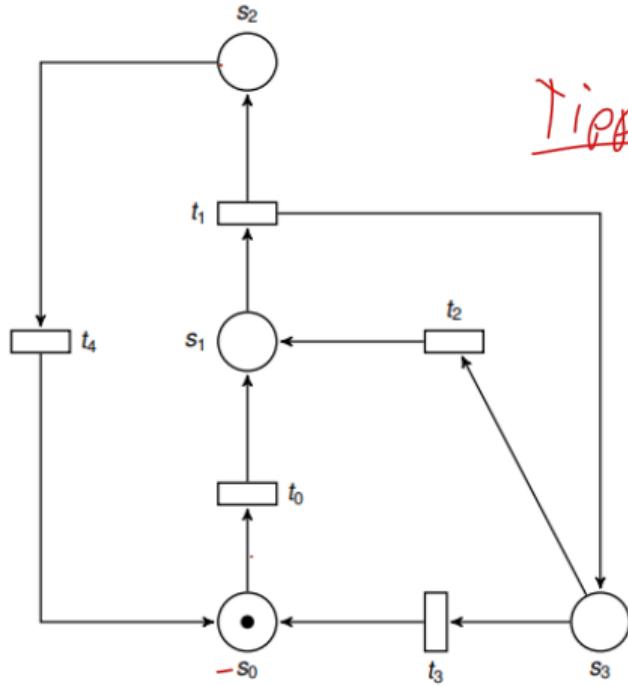
$(s_0, s_1, s_2, s_3)$

$(1, 0, 0, 0)$

$\downarrow t_0$

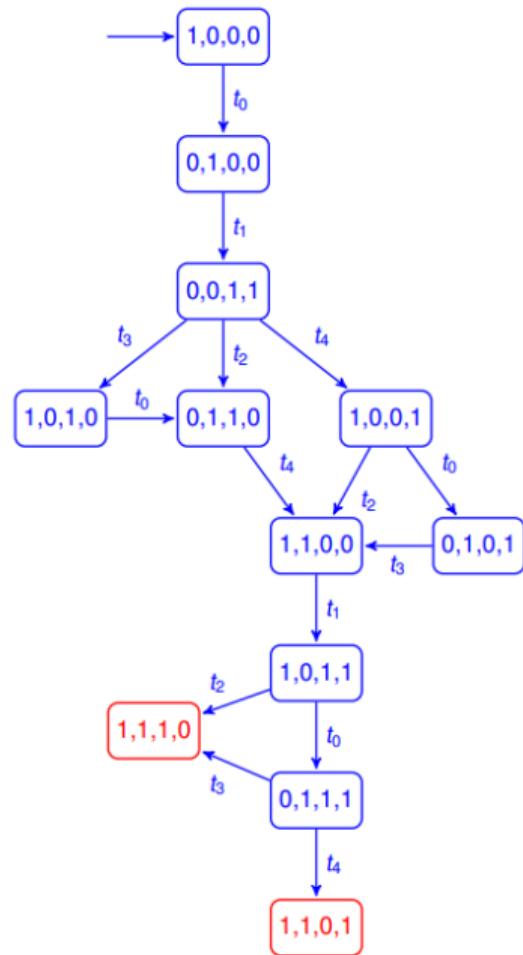
$(0, 1, 0, 0)$

$\xrightarrow{t_1} (0, 0, 1, 1) \text{ usw...}$



Tipp: Genau

12 Zustände!



## Aufgabe 4

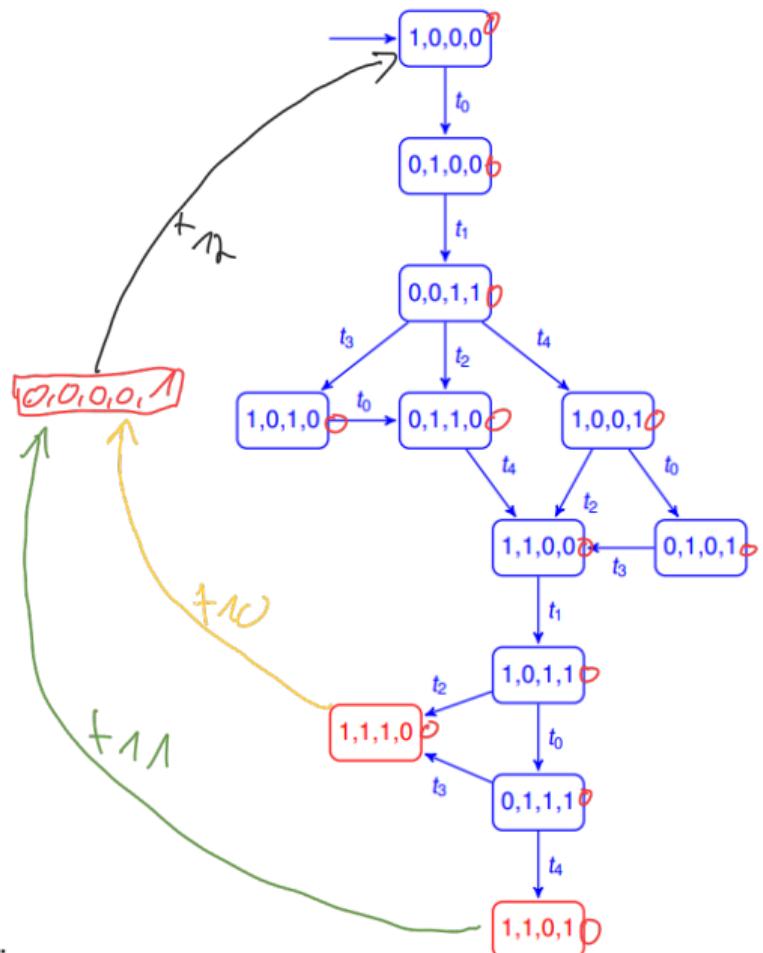
b) Ist das Netz verklemmungsfrei? Argumentieren Sie anhand des Erreichbarkeitsgraphen.

## Aufgabe 4

b) Ist das Netz verklemmungsfrei? Argumentieren Sie anhand des Erreichbarkeitsgraphen.

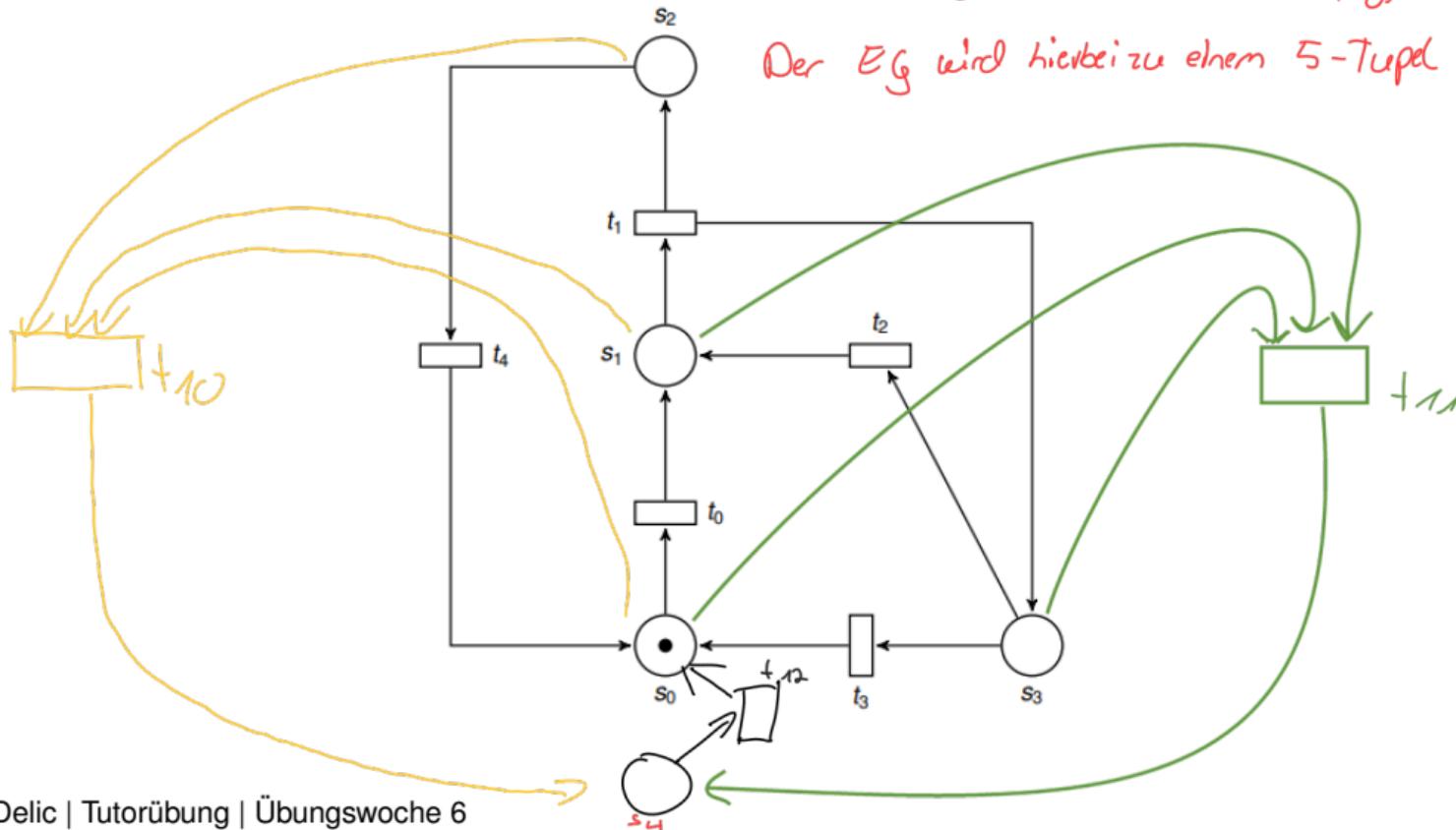
Nein. Falls der Erreichbarkeitsgraph einen Fangzustand besitzt, so ist das Petrinetz nicht verklemmungsfrei.

c) Beseitigen Sie die ggf. vorhandene Verklemmung durch Einführen einer neuen Stelle und dazugehörigen Transitionen. Können Sie anhand des Erreichbarkeitsgraphen ableiten, welche Transitionen hinzugefügt werden müssen?



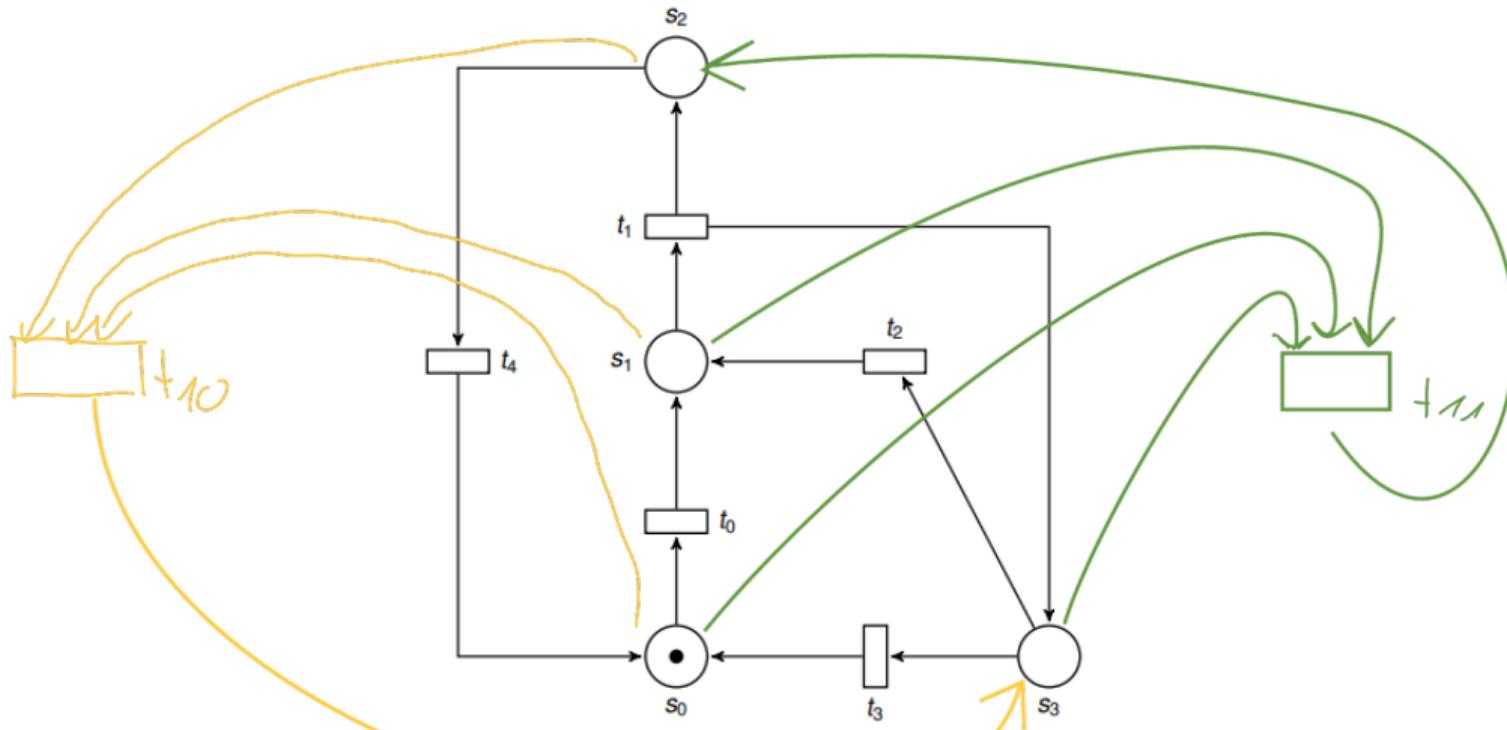
## Aufgabe 4

Die Hilfzelle ist notwendig, da man sonst nicht in den Startzustand kann, da  $l(s_0)=1$  und auch  $c(s_0)=1$ !  
Der EG wird hierbei zu einem 5-Tupel wegen  $s_4$ !



## Aufgabe 4

Alternative Deadlock-Lösung ohne Hilfsstelle



Neuer Eg ohne Hilfsstelle!

Beachte die nun  
neuen Zustände, die  
vorher nicht  
möglich waren!

